А. ЕЛИБАЕВА[1], Л.М.ЧЕЧИН[2]

(Казахский национальный педагогический университет имени Абая[1],

Астрофизический институт имени В.Г.Фесенкова[2])

РЕШЕНИЕ ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ НА ФОНЕ НЕБАРИОННОГО СУСТРАТА

Аннотация

В работе приведено решение ограниченной задачи трех тел на фоне небарионного субстрата. В качестве астрономической модели трех тел взята Местная Группа галактик, которая включает два наиболее массивных члена – Млечный путь и туманность Андромеды. Поэтому остальные ее (МГГ) компоненты, например, галактику М33 можно рассматривать как пробные тела.

Рассмотрена теоретическая модель двух массивных тел на фоне космического вакуума, в поле которых движется пробное тело «с нулевой» массой. Решение задачи проведено в координатах Якоби. Подчеркнуто, что наличие вакуума меняет траекторию «пробной» галактики таким образом, что она получает дополнительное орбитальное вращение. Оно уменьшает общую угловую скорость, так что движение М33 становится все более свободным.

Ключевые слова: Местная группа галактик, темная материя, темная энергия, космический вакуум, ограниченная задача трех тел.

Кілт сөздер: галактикалардың Жергілікті тобы, күңгір материя, жасырын энергия, ғарыштық вакуум, үш дененің шекті мәселесі.

Keywords: Local Group of ***galaxies***, dark matter, dark energy, cosmic vacuum, the restricted three-body problem.

Введение

В соответствии с современным представлением о строении Вселенной ее основную часть составляет космический вакуум (73%), темная материя (23%), обычная, видимая или барионная материя (4%) [1].

Отсюда следует, что такие субстанции как космический вакуум и темная материя (небарионный субстрат) могут быть рассмотрены как внешний фон, на котором протекают различные динамические процессы. В частности, эти субстанции оказывают определенное влияние на Местную группу галактик.

Известно [2], что самая большая галактика в Местной группе — галактика M31, или Туманность Андромеды — единственная на Северном полушарии неба галактика. Она превосходит Млечный Путь по размерам и массе. Плоскость галактики наклонена к нам под углом 15°, её видимый размер — 3,2 × 1,0°. Содержит 1 триллион звёзд, что в 2,5-5 раз больше Млечного Пути. Сегодня расстояние до галактики Андромеды оценивается в 2,2 млн. световых лет.

Другая крупнейшая галактика в составе Местной группы - Млечный путь. Млечный Путь — вторая по размеру самый массивный член группы. Млечный Путь вместе с галактикой Андромеды (M31), Треугольника (M33), и более 40 меньшими галактиками - спутниками образуют Местную Группу Галактик. Масса Галактики оценивается в 3×10^{12} масс Солнца, или 6×10^{42} кг. Солнечная система находится от нашей на расстоянии около 30 000 световых лет от центра.

Третья по величине после Галактики Андромеды и Млечного Пути галактика Местной группы - галактика Треугольника (M 33). Ее масса в 5—10 раз меньше Млечного Пути по массе. По диаметру в 2 раза меньше Млечного Пути и в 4 раза меньше галактики Андромеды. Галактика M33 расположена примерно в 10° от M31. Отсюда следует, что Местную группу галактик можно рассматривать как модель двух массивных тел, в поле которых движется пробное тело с «нулевой» массой. Заметим, что в качестве третьего «пробного» тела может выступить и любая другая галактика, принадлежащая Местной группе галактик [3].

Классическая ограниченная задача трех тел

Для динамики космических полетов, небесной механики и даже для динамики галактик наиболее важна так называемая ограниченная задача трех тел. Она состоит в изучении движения тела малой массы m_0 под действием ньютоновского притяжения двух тел, обладающих большими, но конечными массами m_1 и m_2($m_1 \approx m_2 >> m_0$) в предположении, что маленькое тело не влияет на движение последних. Поэтому массивные тела движутся по орбитам, определяемым задачей двух тел, так что их движение известно, и анализ сводится к исследованию поведения только одного тела.

Рассмотрим для определенности, уравнения движения двух массивных тел в координатах Якоби [4]:

$$\left.\begin{aligned}
\ddot{x}_1'' &= -\frac{\mu_1 x_1'}{r_1'^3} - \mu_1' x_1'\left(\frac{m_1}{\Delta_{02}^3} + \frac{m_2}{\Delta_{12}^3}\right) - \mu_1'' x_1'\left(\frac{1}{\Delta_{02}^3} + \frac{1}{\Delta_{12}^3}\right),\\
\ddot{y}_1'' &= -\frac{\mu_1 y_1'}{r_1'^3} - \mu_1' y_1'\left(\frac{m_1}{\Delta_{02}^3} + \frac{m_2}{\Delta_{12}^3}\right) - \mu_1'' y_1'\left(\frac{1}{\Delta_{02}^3} + \frac{1}{\Delta_{12}^3}\right),\\
\ddot{z}_1'' &= -\frac{\mu_1 z_1'}{r_1'^3} - \mu_1' z_1'\left(\frac{m_1}{\Delta_{02}^3} + \frac{m_2}{\Delta_{12}^3}\right) - \mu_1'' z_1'\left(\frac{1}{\Delta_{02}^3} + \frac{1}{\Delta_{12}^3}\right),
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned}
\ddot{x}_2'' &= -m_{1_1}' \mu_2' x_1' \left(\frac{m_1}{\Delta_{02}^3} + \frac{m_2}{\Delta_{12}^3} \right) - \mu_1'' x_1' \left(\frac{1}{\Delta_{02}^3} + \frac{1}{\Delta_{12}^3} \right), \\
\ddot{y}_2'' &= -m_{1_1}' \mu_2' y_1' \left(\frac{m_1}{\Delta_{02}^3} + \frac{m_2}{\Delta_{12}^3} \right) - \mu_1'' y_1' \left(\frac{1}{\Delta_{02}^3} + \frac{1}{\Delta_{12}^3} \right), \\
\ddot{z}_2'' &= -m_{1_1}' \mu_2' z_1' \left(\frac{m_1}{\Delta_{02}^3} + \frac{m_2}{\Delta_{12}^3} \right) - \mu_1'' z_1' \left(\frac{1}{\Delta_{02}^3} + \frac{1}{\Delta_{12}^3} \right),
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Здесь все обозначения соответствуют обозначениям работы [4]. Полагая в этих уравнениях $m_0=0$, мы приведем их к следующему виду:

$$\ddot{x}_1' = \frac{\partial U_1}{\partial x_1'}, \quad \ddot{y}_1' = \frac{\partial U_1}{\partial y_1'}, \quad \ddot{z}_1' = \frac{\partial U_1}{\partial z_1'}, \tag{3}$$

$$\ddot{x}_2' = \frac{\partial U_2}{\partial x_2'}, \quad \ddot{y}_2' = \frac{\partial U_2}{\partial y_2'}, \quad \ddot{z}_2' = \frac{\partial U_2}{\partial z_2'} \tag{4}$$

где положено

$$U_1 = \frac{f(m_1 + m_2)}{\Delta_{01}}, \quad U_2 = f\left(\frac{m_1}{\Delta_{02}} + \frac{m_2}{\Delta_{12}} \right) \tag{5}$$

Согласно [4] путем перехода к вращающейся системе отсчета (6), уравнения (3), (4), (5) преобразуются к виду (7)

$$\left.\begin{aligned}
\xi &= x\cos\upsilon - y\sin\upsilon, \\
\eta &= x\sin\upsilon + y\cos\upsilon, \\
\zeta &= z,
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned}
\ddot{x} - 2\dot{\upsilon}\dot{y} - \dot{\upsilon}^2 x - \ddot{\upsilon} y &= \frac{\partial W}{\partial x}, \\
\ddot{y} + 2\dot{\upsilon}\dot{x} - \dot{\upsilon}^2 y + \ddot{\upsilon} x &= \frac{\partial W}{\partial y}, \\
\ddot{z} &= \frac{\partial W}{\partial z}.
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

где υ – угол, образуемый радиусом вектором с положительным направлением оси $G\xi$ (или истинная аномалия кеплеровского движения точки M_1).

Путем дальнейших преобразований, также изложенных в [2], уравнения движения классической ограниченной круговой задачи трех тел и могут быть написаны в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
\ddot{x} - 2n\dot{y} &= \frac{\partial \Omega}{\partial x}, \\
\ddot{y} + 2n\dot{x} &= \frac{\partial \Omega}{\partial y}, \\
\ddot{z} &= \frac{\partial \Omega}{\partial z},
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где

$$\Omega = \frac{n^2}{2}\left(x^2 + y^2\right) + W \tag{9}$$

зависит только от координат точки M_2 и, значит, не зависит явно от времени. Благодаря этому обстоятельству система (8) имеет один первый интеграл, аналогичный интегралу энергии в неограниченной задаче и называемый интегралом Якоби. Кроме того, в (9) W представляет собой потенциал действующих сил.

В соответствии со сказанным выше сформулируем цель нашего исследования – рассмотреть ограниченную задачу трех тел на фоне космического вакуума.

Решение ограниченной задачи трех тел на фоне космического вакуума

Из класса ограниченных задач трех тел выберем ограниченную круговую задачу трех тел. Постановка задачи такова - рассматривается движение материальной точки (например, галактика Треугольника) с «нулевой» массой m_0, которая на фоне небарионного субстрата (вакуума) притягивается по закону всемирного тяготения двумя материальными точками (массивными галактиками) m_1 и m_2, движущимися по круговым орбитам. При этом выбирается плоский вариант задачи ($z=0$) и учитывается наличие фона небарионного субстрата. Это упрощает выражения (8), (9) и при стандартных обозначениях сводит их к следующей системе уравнений

$$\begin{aligned} &\frac{d^2x}{dt^2} - 2n\frac{dy}{dt} = \frac{\partial\Omega}{\partial x}, \\ &\frac{d^2y}{dt^2} + 2n\frac{dx}{dt} = \frac{\partial\Omega}{\partial y}, \end{aligned} \tag{10}$$

где обобщенный потенциал имеет вид

$$W = \frac{1}{2}n^2\left(x^2+y^2\right) + G\left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}\right) + \frac{8}{3}G\pi\rho_V r\,. \tag{11}$$

Для простоты исследования рассмотрим случай, когда $\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} >> \frac{8}{3}\pi\rho_V r$. Это означает, что влияние вакуума можно рассматривать как малое возмущение к чисто гравитационной задаче.

Приведем периодическое решение ограниченной круговой задачи трех гравитирующих тел вблизи точек либрации L_4 или L_5. Следовательно, уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} &\frac{d^2\xi}{dt^2} - 2\frac{d\eta}{dt} = \kappa_1\xi, \\ &\frac{d^2\eta}{dt^2} + 2\frac{d\xi}{dt} = \kappa_1\eta, \end{aligned} \tag{12}$$

где κ_1 и κ_2 - некоторые постоянные величины. Они определяются массами как первого тела ($m_1 = \mu$), так и второго тела ($m_2 = 1-\mu$). При этом мы будем считать, что $m_2 < m_1$. Заметим, что такое условие позволяет рассматривать коэффициент κ_2 как малую величину. Действительно, в силу их явного вида

$$\kappa_1 = \frac{3}{2}\left(1 + \sqrt{1 - 3\mu(1-\mu)}\right),$$
$$\kappa_2 = \frac{3}{2}\left(1 - \sqrt{1 - 3\mu(1-\mu)}\right) \qquad (13)$$

получаем, что при $\mu \to 1$ коэффициент κ_2 будет сколь угодно малой величиной.

В системе уравнений (12) введены переменные: $\xi = x - x_L$ и $\eta = y - y_L$, где x_L и y_L - координаты точки либрации. Так что общее решение системы (12)

$$\xi = C_1 \cos(\lambda_1 t + \alpha_1) + C_2 \cos(\lambda_2 t + \alpha_2),$$
$$\eta = \widetilde{C}_1 \sin(\lambda_1 t + \alpha_1) + \widetilde{C}_2 \sin(\lambda_2 t + \alpha_2) \qquad (14)$$

описывает вращение пробного тела вокруг точки либрации. Здесь, как обычно, C_1, C_2, $\widetilde{C}_1$ и $\widetilde{C}_2$ - постоянные интегрирования; α_1 и α_2 - начальные фазы движения по указанным выше координатам.

Для решения нашей задачи снова введем новые координаты $\xi = \xi_0 + \xi'$ и $\eta = \eta_0 + \eta'$, в которых ξ_0 и η_0 удовлетворяют уравнению вида (12) и, следовательно, решению (14). Что касается ξ' и η', то они представляют собой малые добавки к координатам ξ_0 и η_0. Пусть $\xi' \sim \eta' \sim k_2$. Тогда, пренебрегая членами, квадратичными по таким добавкам, и подставляя новые координаты в (12), получим следующие две системы уравнений

$$\frac{d^2\xi_0}{dt^2} - 2\frac{d\eta_0}{dt} = \kappa_1 \xi_0,$$
$$\frac{d^2\eta_0}{dt^2} + 2\frac{d\xi_0}{dt} = \kappa_1 \eta_0, \qquad (15)$$

и

$$\frac{d^2\xi'}{dt^2} - 2\frac{d\eta'}{dt} = \kappa_1 \xi',$$
$$\frac{d^2\eta'}{dt^2} + 2\frac{d\xi'}{dt} = 0. \qquad (16)$$

Система (15) полностью совпадает с системой (12), так что ее решение описывается выражениями типа (14).

Найдем теперь решение системы уравнений (16). Интегрируя ее один раз, получаем

$$\frac{d\eta'}{dt} = -2\xi' - C. \qquad (17)$$

Подставляя теперь (17) в первое из уравнений системы (16), получаем уравнение для определения добавки ξ' -

$$\frac{d^2\xi'}{dt^2}+(4-\kappa_1)\xi'+2C=0\,. \qquad (18)$$

Не теряя общности решения, положим $C=0$. Тогда решение уравнения (18) описывает гармонические колебания

$$\xi'=\mathrm{A}\cos\omega' t \qquad (19)$$

с частотой $\omega'=\sqrt{4-\kappa_1}=\sqrt{4-\frac{3}{2}\left(1+\sqrt{1-3\mu(1-\mu)}\right)}$. Принимая во внимание условие $\mu\to 1$, это выражение можно упростить до конкретного численного значения - $\omega\approx 1$. Поэтому $\xi'=\mathrm{A}\cos t=\mathrm{A}\cos(-t)$.

Что касается решения уравнения (17), то оно также имеет вид гармонических колебаний - $\eta'=-2\mathrm{A}\,sin\,\omega' t=2\mathrm{A}\,sin(-\omega' t)$.

Заключение

Из полученных выше результатов следует вывод – влияние вакуума на пробное тело в ограниченной круговой задаче трех тел (при условиях $C_1=\mathrm{A}$, $\widetilde{C}_2=2\mathrm{A}$ и $C_2=\widetilde{C}_2=0$) приводит к его (тела) дополнительному вращению, так что общая угловая скорость равна $\omega=\lambda-\omega'$. Замечательно, что при этом вакуум уменьшает величину полной угловой скорости. С физической точки зрения этот результат вполне понятен – вакуум своей антигравитацией уменьшает гравитационное влияние двух массивных тел m_1 и m_2 на третье пробное тело; соответственно этому его движение становится все более свободным.

Благодарности

Авторы выражают благодарность Министерству образования и науки Республики Казахстана за поддержку этой работы, проведенной в рамках бюджетной программы 055, подпрограмма 101 «Грантовые финансирование научных исследований».

ЛИТЕРАТУРА

1 Чернин А.Д. Космический вакуум, УФН 171 (2001) 1153;

2 Караченцев И.Д. Местные группы по сравнению с другими соседними группами галактик. Astron.Astrophys, (1996), 305, стр.33-41;

3 Долгачев В.П., Доможилова Л.М., Чернин А.Д. Поверхность нулевого ускорения вокруг Местной группы галактик. Астрон. журнал, 2003, том 80, № 9, с. 792-797.

4 Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. Издание второе. Москва, 1968.

REFERENCES

1 Chernin A.D. “Cosmic vacuum” Physics Uspekhi, Volume 44, Issue 11, pp. 1099-1118 (2001);

2 Karachentsev I.D. The Local Group in comparison with other nearby groups of galaxies. Astron.Astrophys., (1996), 305, pp.33-41;

3 Dolgacev V.P., Domozhilova L.M., Chernin A.D. The zero-acceleration surface around the Local Group of galaxies; Astron. Journal, 2003, Vol.80, № 9, pp. 792-797.

4 Duboshin G.N. Celestial mechanics. The main tasks and methods. Second Edition. Moscow, 1968;

The restricted three-body problem on the background of non-baryonic substrate

Yelibaeva A., Chechin L.M.

Summary

In this article we present the solution of the restricted three-body problem on the background of non-baryonic substrate. As an astronomical model of three bodies the Local Group of galaxies is taken, which includes two most massive members - Milky Way and Andromeda. Therefore, its (LGG) other components, such as the galaxy M33, can be considered as the test body.

The theoretical model of two massive bodies on the background of the cosmic vacuum, in which field a test body with "zero" mass is moving. Solution of this problem was done in the Jacobi coordinates. It is emphasized that the presence of vacuum changes the trajectory of the "test" galaxy in a such way that it gets an additional orbital rotation. It decreases the total angular velocity so that the movement of M33 becomes more freely.

Бариональсыз күйдегі шектеулі үш дене мәселесінің шешімі

Елібаева А., Чечин Л.М.

Резюме

Бұл жұмыста барионсыз күйдегі үш дененің шектеулі мәселесінің шешімі көрсетілген. Үш дененің астрономиялық үлгісі ретінде екі ең массивті мүшесі бар галактиканың жергілікті топтары – Құс жолы және Андромеда алынды. Сондықтан оның басқа компоненттерін, мысалы, М33 галактиканы, сынақ дене ретінде қарастыруға болады.

Ғарыштық вакуум әсеріндегі екі массивті дене моделі өрісінде қозғалатын «нөлдік» массалы сынақ ретінде алынған дене қарастырылған. Мәселенің шешімі Якоби координатасында жүргізілді. Вакуумның әсері сынақ ретінде алынған галактиканың траекториясын өзгертетінін ескеру қажет және осы себептен ол қосымша орбитальды айналымға ие болады. Ол жалпы бұрыштық жылдамдықты төмендетеді, сондықтан М33 қозғалысы бара-бара ерікті болады.

Поступила 06.07.2013 г.